Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Открытая (сменная) общеобразовательная школа № 65»
город Набережные Челны Республика Татарстан

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
**по подготовке учащихся вечерней школы
к контрольным работам и зачётам.
«МАТЕМАТИКА»
10 КЛАСС**

Набережные Челны
2013 год

Печатается по решению педагогического совета
МБОУ «Открытая (сменная) общеобразовательная
школа № 65» от 21 марта 2011 года протокол № 4

Методическое пособие разработано для обучающихся 10 классов вечерней школы (по заочной сетке обучения) и соответствует действующему Федеральному компоненту Государственного стандарта среднего (полного) общего образования по математике (базовый уровень). В пособии изложены основные вопросы курса «Математика» среднего общего образования, которые выносятся на государственную (итоговую) аттестацию по математике в форме единого государственного экзамена. Будет полезным при самостоятельной подготовке обучающихся к зачёту и контрольной работе по изучаемым темам.

В методическом пособии использованы материалы:

1. Алгебра в таблицах. 7-11 кл.: Справочное пособие/Авт.-сост. Л.И.Звавич, А.Р.Рязановский.- М: Дрофа, 2004г.
2. Школьная геометрия в чертежах и формулах/ В.В.Амелькин, Т.И. Рабцевич, В.Л.Тимохович. – Минск: Красико-Принт, 2008г.
3. Алгебра и начала анализа в таблицах и схемах.Евдокимова Н.Н, 2007г.
4. Геометрия в таблицах: Учебное пособие для учащихся старших классов./ Нелин Е.П. - Х.: Мир детства, 1996г.
5. Наглядный справочник по алгебре и началам анализа. 7-11кл./ Л.Э.Генденштейн, А.С.Ершова. –М.:Илекса, 1997 г.

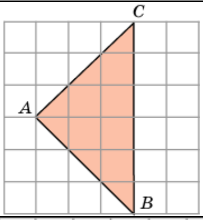
Составители:
В.Р. Гизатуллина, учитель высшей квалификационной категории МБОУ «ОСОШ№65»
С.В. Мартынова, учитель высшей квалификационной категории МБОУ «ОСОШ№65»

Входная контрольная работа №1 по теме: "Степень с целым показателем. Квадратный корень из числа. Преобразование выражений. Решение уравнений" в формате ГИА-9 текущего года.

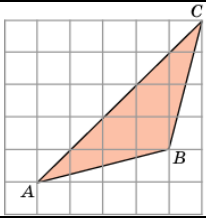
Контрольная работа №2 по теме: «Треугольник. Четырёхугольник. Окружность и круг».

Вариант 1.

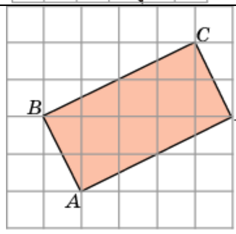
1. Найдите площадь треугольника *ABC*, стороны квадратных клеток равными 1. считая



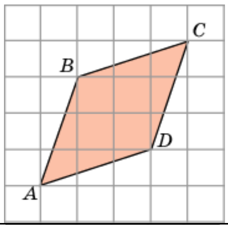
2. Найдите площадь треугольника *ABC*, считая стороны квадратных клеток равными 1.



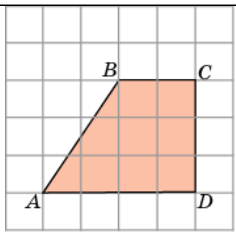
3. Найдите площадь прямоугольника *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.



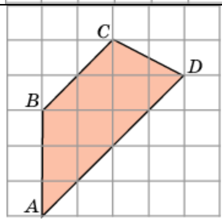
4. Найдите площадь ромба *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1



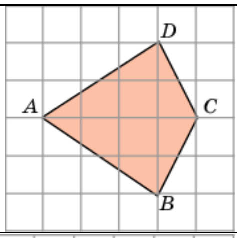
5. Найдите площадь трапеции *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.



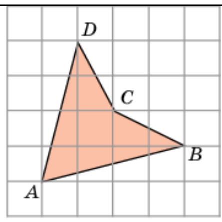
6. Найдите площадь трапеции *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.



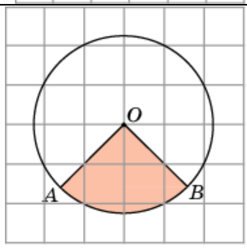
7. Найдите площадь четырехугольника *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.



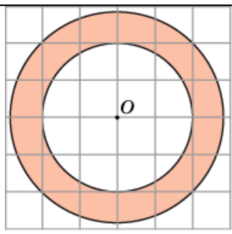
8. Найдите площадь четырехугольника *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.



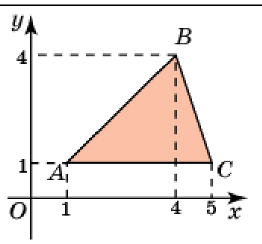
9. Найдите площадь *S*сектора, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$



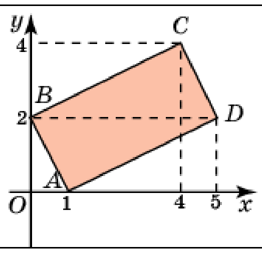
10. Найдите площадь *S*кольца, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.



11. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1,1), (4, 4), (5, 1).



12. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (1, 0), (0, 2), (4, 4), (5, 2).



13. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \frac{3}{5}$. Найдите $\cos A$.

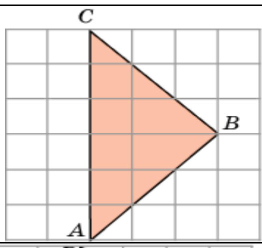
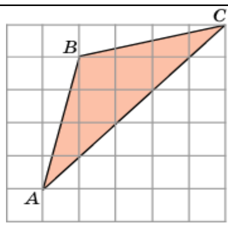
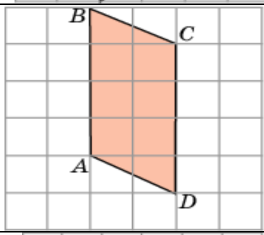
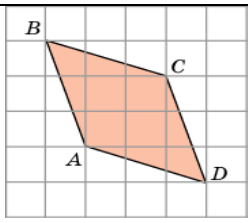
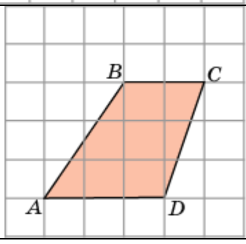
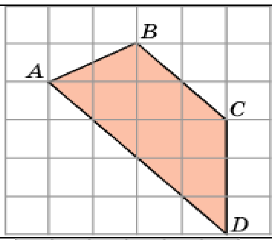
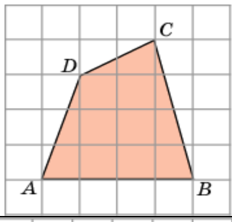
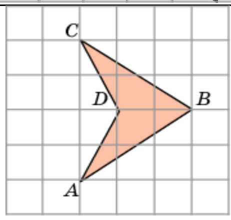
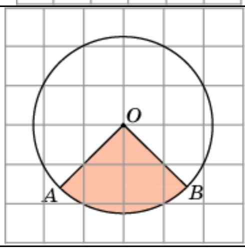
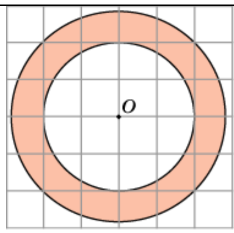
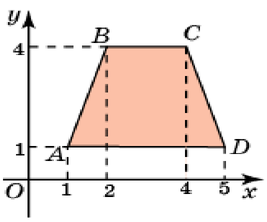
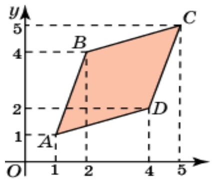
14.В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Найдите $\operatorname{tg} A$.

15.В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = \sqrt{51}$, $BC = 7$. Найдите $\sin A$.

16. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 15$, $\cos A = 0,6$. Найдите AC.

17. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 5$, $\sin A = 0,2$. Найдите BC.

Вариант 2.

1. Найдите площадь треугольника *ABC*, считая стороны квадратных клеток равными 1. 	**2.** Найдите площадь треугольника *ABC*, считая стороны квадратных клеток равными 1. 
3. Найдите площадь прямоугольника *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1. 	 **4.** Найдите площадь ромба *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1
5. Найдите площадь трапеции *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1. 	 **6.** Найдите площадь трапеции *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.
7. Найдите площадь четырехугольника *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1. 	 **8.** Найдите площадь четырехугольника *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.
9. Найдите площадь *S* сектора, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$. 	**10.** Найдите площадь *S* кольца, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$. 
11. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1,1), (4, 4), (5, 1). 	**12.** Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (1, 0), (0, 2), (4, 4), (5, 2). 

13. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите $\cos A$.

14. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. Найдите $\operatorname{tg} A$

15. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = \sqrt{21}$, $BC = 2$. Найдите $\sin A$.

16. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 15$, $\cos A = 0{,}6$. Найдите AC.

17. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 14$, $\sin A = 0{,}5$. Найдите BC.

«Тригонометрические выражения, функции, уравнения и неравенства»

I. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него:

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2. $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}; \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$
3. $1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}; \quad \alpha \neq \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$
4. $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1; \qquad \alpha \neq \frac{\pi n}{2},\ n \in \boldsymbol{Z}$

II. Формулы (теоремы) сложения аргументов:

1. $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$
2. $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
3. $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
4. $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$
5. $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}; \quad \alpha, \beta, \alpha+\beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$
6. $\operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}; \quad \alpha, \beta, \alpha-\beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$

III. Формулы приведения:

1) функция меняется на кофункцию при переходе через вертикальную ось и не меняется при переходе через горизонтальную;
2) перед приведенной функцией ставится знак приводимой функции, считая α углом первой четверти.

IV. Формулы двойного аргумента:

1. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha,$ *отсюда* $\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha$
2. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
3. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$
4. $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg}\alpha}$

V. Формулы понижения степени:

1. $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$
2. $\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$
3. $\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$
4. $\operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$

VI. Формулы половинного аргумента (знак – по функции в левой части):

1. $\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$
2. $\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$
3. $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}; \quad \alpha \neq \pi + 2\pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$

VII. Формулы сумм:

1. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
2. $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$
3. $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
4. $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2} = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$
5. $\mathrm{tg}\,\alpha \pm \mathrm{tg}\,\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}; \quad \alpha,\beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$
6. $\mathrm{ctg}\,\alpha \pm \mathrm{ctg}\,\beta = \frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}; \quad \alpha,\beta \neq \pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$

VIII. Формулы произведений:

1. $\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right)$
2. $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right)$
3. $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)\right)$

Контрольная работа № 3 по теме «Тригонометрические функции и теоремы сложения».

Вариант 1.

1. Найдите значение выражения: $2\sin 60^0 + \cos 90^0 - tg\,45^0$

1) $2\sqrt{3}-1$**;** **2)** $\sqrt{3}-1$**;** **3)** $\sqrt{3}$**;** **4)** 0.

2. Сравните с нулём выражения: sin 120^0, cos 195^0, ctg 359^0.

Выберите правильную серию ответов:

1) + – – **2)** – – + **3)** + + – **4)** + – +

3. Вычислите: $6\cos^2\frac{\pi}{4} + tg^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) - ctg\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

1) 12; **2)** $3\sqrt{3}-3$; **3)** 6; **4)** 0.

4. Упростите выражение: $\frac{\sin(\pi+\alpha) * \cos(\pi-\alpha)}{ctg\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$

1) – $\cos^2\alpha$; **2)** $\cos^2\alpha$; **3)** $\sin^2\alpha$; **4)** –$\sin^2\alpha$.

5. Упростите выражение: sinα*cosα* ctgα – 1

1) 0; **2)**$\cos^2\alpha$; **3)** – $\sin^2\alpha$; **4)**$\sin^2\alpha$.

6. Упростите выражение: $\frac{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\sin\alpha * \cos\alpha}$

1)sinα – cosα; **2)** –2 ctg 2α; **3)**tg 2α; **4)** 0,5 ctg 2α.

7. Вычислите: $2\sin 15^0 * \cos 15^0$

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$**;** **2)** $\frac{1}{4}$**;** **3)** $\sqrt{3}$**;** **4)** $\frac{1}{2}$**.**

8. Вычислите: $\cos\frac{7\pi}{4}$

1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$**;** **2)** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$**;** **3)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$**;4)** 0.

9. Представив 105^0 как $60^0 + 45^0$, вычислите $\sin 105^0$.

1) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$**;** **2)** $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$**;** **3)** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$**;** **4)** $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$**.**

10. Дано: $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$, где $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Найдите $\operatorname{tg} 2\alpha$

1) $\frac{6}{7}$**;** **2)** $-3\frac{3}{7}$**;** **3)** $1\frac{5}{7}$**;** **4)** $3\frac{3}{7}$**.**

Вариант 2.

1. Найдите значение выражения: $5\sin 30^0 - ctg\, 45^0 + \cos 180^0$

1) 2,5; **2)** 0,5; **3)** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$; **4)** 1,5.

2. Сравните с нулём выражения: $\sin 187^0$, $\cos 215^0$, $\operatorname{tg} 80^0$.

Выберите правильную серию ответов:

1) + – + **2)** – + + **3)** – – + **4)** – + –

3. Вычислите: $5\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 4\cos 0 - 3\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right)$

1) $2\frac{3}{4}$**;** **2)** $-4\frac{1}{4}$**;** **3)** $-4\frac{3}{4}$**;** **4)** $1\frac{3}{4}$**.**

4. Упростите выражение: $\frac{tg(\pi-\alpha)}{\cos(\pi+\alpha)} * \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{tg\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$

1)$\operatorname{tg}^2\alpha$; **2)** $-\operatorname{tg}^2\alpha$; **3)** $-\operatorname{ctg}^2\alpha$; **4)** $\operatorname{ctg}^2\alpha$.

5. Упростите выражение: $\frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} - \cos\alpha$

1) $-\sin\alpha$; **2)** $\sin\alpha$; **3)** $-2\cos\alpha$; **4)** $\sin\alpha - 2\cos\alpha$.

6. Упростите выражение: $\dfrac{\sin^2\alpha - 1}{1-\cos^2\alpha}$

1)$\mathrm{ctg}^2\alpha$; **2)**$\mathrm{tg}^2\alpha$; **3)** $-\mathrm{tg}^2\alpha$; **4)** $-\mathrm{ctg}^2\alpha$.

7. Вычислите: $\cos^2\dfrac{\pi}{8}-\sin^2\dfrac{\pi}{8}$ **1)** $2\sqrt{2}$; **2)** $\sqrt{2}$; **3)** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; **4)** 0.

8. Вычислите: $\cos\ 150^0$ **1)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; **2)** $\dfrac{1}{2}$; **3)** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; **4)** $-\dfrac{1}{2}$.

9. Представив 15^0 как $45^0 - 30^0$, вычислите $\cos 15^0$.

1) $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$; **2)** $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$; **3)** $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; **4)** $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$.

10. Дано: $\cos\alpha = -\dfrac{5}{13}$, где $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите $\mathrm{ctg}\ 2\alpha$

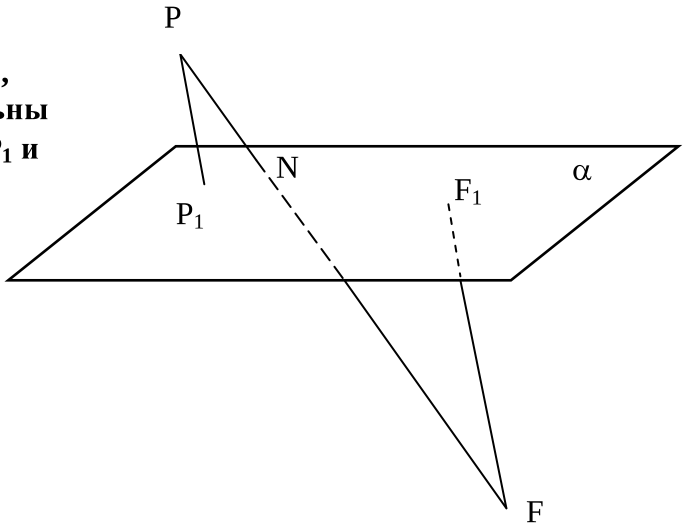
1) $-1\dfrac{1}{119}$; **2)** $-\dfrac{119}{120}$; **3)** $1\dfrac{1}{119}$; **4)** $\dfrac{119}{120}$.

ЗАЧЁТ № 1 ПО ТЕМЕ: «Тригонометрические функции и теоремы сложения».

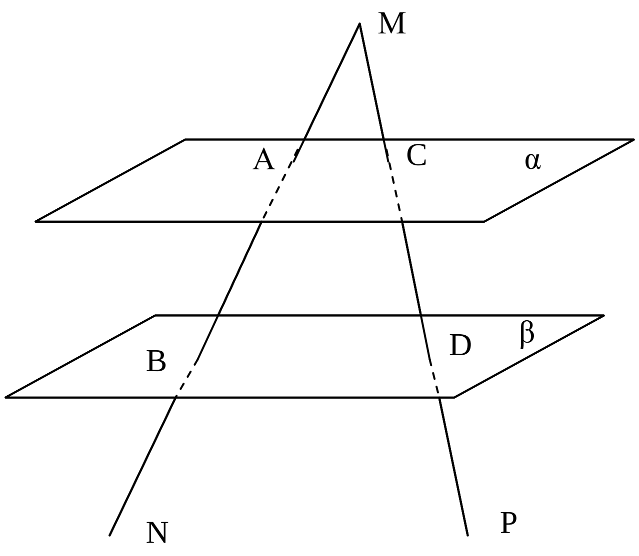
1. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него.
2. Формулы (теоремы) сложения аргументов.
3. Формулы приведения.
4. Формулы двойного аргумента.
5. Формулы понижения степени.
6. Формулы половинного аргумента (знак – по функции в левой части).
7. Формулы сумм.
8. Формулы произведений.

Тестирование по теме: "Параллельность прямых и плоскостей"
Вариант 1.

1. **Из данных утверждений выберите верное:**
   А) если прямая параллельна некоторой прямой, лежащей в плоскости, то она параллельна и самой плоскости;
   Б) если две прямые не пересекаются, то они параллельны;
   В) если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны между собой;
   Г) утверждения А-В не верны.
2. **Через вершины параллелограмма ABCD проведены параллельные отрезки AK, BM, CL, DN до пересечения с плоскостью α. Точки K, M, L, N …**
   А) вершины параллелограмма;
   Б) вершины трапеции;
   В) вершины параллелограмма или трапеции;
   Г) ответ зависит от расположения плоскости α.
3. **Плоскость α проходит через точку N отрезка PF, причем PN:NF=2:7. Прямые PP_1 , FF_1 параллельны друг другу и пересекают плоскость α в точках P_1 и F_1. Найдите длину отрезка PP_1, если FF_1=6,3 дм.**
   А) 1,4 дм; Б) 1,8 дм; В) 2,6 дм; Г) другой ответ.



4. **Из данных утверждений выберите верное:**
   А) если две прямые одной плоскости параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны между собой;
   Б) если две плоскости параллельны третьей, то они параллельны между собой;
   В) через любую точку пространства проходит единственная плоскость параллельная данной плоскости;
   Г) утверждения А-В не верны.
5. **Параллельные плоскости α и β пересекают прямую MN в точках A и B, а прямую MP в точках C и D соответственно. Найдите AB, если AM=5 см, CM=8 см и DM=20см.**
   А) 8 см; Б) 4,8 см; В) 7,5 см; Г) другой ответ.



Тестирование по теме: «Параллельность прямых и плоскостей»

Вариант 2.

1. **Из данных утверждений выберите верное:**

А) через точку, не принадлежащую двум данным плоскостям, можно провести прямую им параллельную;

Б) через любую точку пространства проходит прямая параллельная данной плоскости и притом только одна;

В) если одна из двух параллельных плоскостей параллельна прямой, то и другая параллельна той же прямой;

Г) утверждения А-В не верны.

2. **Через вершины прямоугольника ABCD проведены параллельные отрезки AK, BM, CL, DN до пересечения с плоскостью α. Точки K, M, L, N …**

А) вершины прямоугольника;

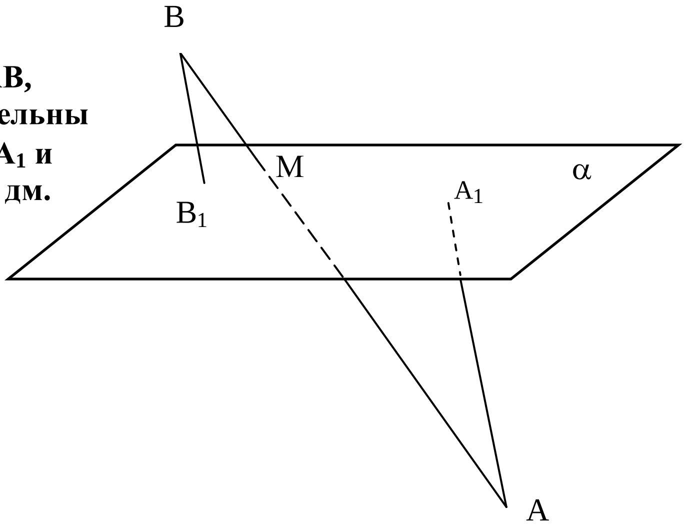
Б) вершины параллелограмма;

В) вершины параллелограмма или трапеции;

Г) ответ зависит от расположения плоскости α.

3. **Плоскость α проходит через точку M отрезка AB, причем AM:MB=5:3. Прямые AA_1 , BB_1 параллельны друг другу и пересекают плоскость α в точках A_1 и B_1. Найдите длину отрезка MB_1, если A_1B_1=18,8 дм.**

А) 8 дм; Б) 7,2 дм; В) 7,8 дм; Г) другой ответ.



4. **Из данных утверждений выберите верное:**

А) отрезки не параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями не равны;

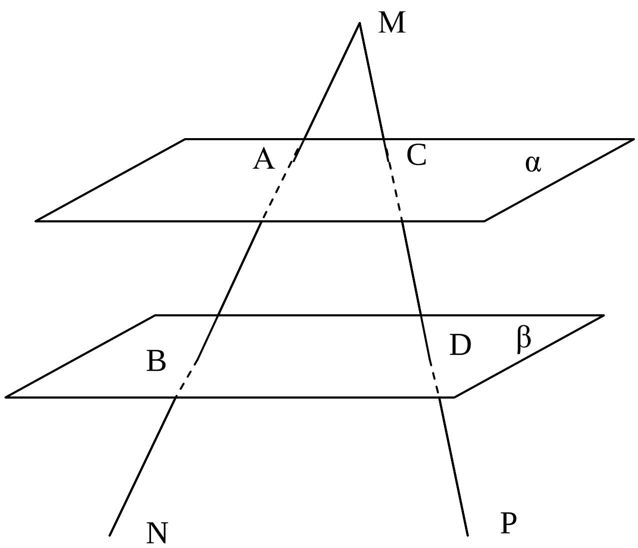
Б) если прямая пересекает плоскость, то она пересекает любую плоскость ей параллельную;

В) если плоскость α проходит через одну из параллельных прямых, а плоскость β через другую, то плоскости α и β параллельны между собой;

Г) утверждения А-В не верны.

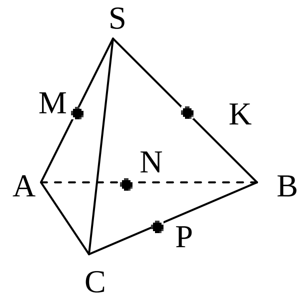
5. **Параллельные плоскости α и β пересекают прямую MN в точках A и B, а прямую MP в точках C и D соответственно. Найдите MD, если AM=9 см, AB=12 см и MC=12см.**

А) 8 см; Б) 12 см; В) 16 см; Г) другой ответ.

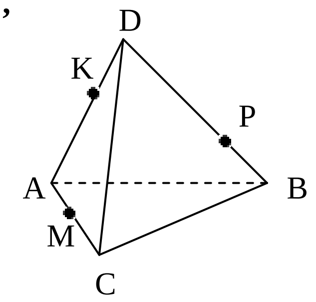


Тестирование по теме: "Тетраэдр. Параллелепипед"
Вариант 1.

1. **Из данных утверждений выберите верное:**
   А) сумма плоских углов тетраэдра равна 9000;
   Б) все диагонали параллелепипеда равны между собой;
   В) если прямые AB и CD скрещиваются, то прямые AC и BD тоже скрещивающиеся;
   Г) утверждения А-В не верны.
2. **В тетраэдре SABC, точки M, N, K, P – середины ребер AS, AB, SB, BC соответственно. Каково взаимное расположение прямых MP и KN? Эти прямые …**
   А) параллельны;
   Б) скрещиваются;
   В) пересекаются
   Г) ответ зависит от вида тетраэдра.

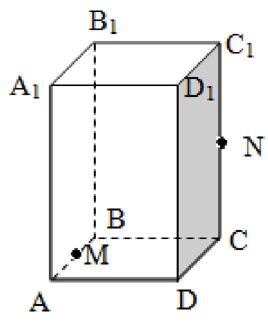


3. **Найдите сумму длин ребер параллелепипеда, если периметры трех его граней равны 30 см, 24 см, 40 см.**
   А) 104 см; Б) 96 см; В) 94 см; Г) другой ответ.
4. **Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью ABC_1.**
5. **Постройте сечение тетраэдра ABCD плоскостью α, проходящей через точки M, K, P его ребер.**

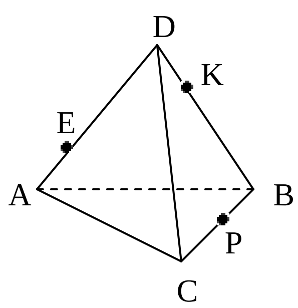


Тестирование по теме: "Тетраэдр. Параллелепипед"
Вариант 2.

1. **Из данных утверждений выберите верное:**
   А) сумма плоских углов тетраэдра равна 7200;
   Б) все грани параллелепипеда равны между собой;
   В) существует тетраэдр, у которого пять плоских углов прямые;
   Г) утверждения А-В не верны.
2. **В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точки M и N – середины ребер AB и CC_1 соответственно. Каково взаимное расположение прямых MN и BD? Эти прямые…**
   А) параллельны;
   Б) скрещиваются;
   В) пересекаются
   Г) ответить невозможно.



3. **Найдите сумму длин ребер параллелепипеда, если периметры трех его граней равны 26 см, 24 см, 22 см.**
   А) 72 см; Б) 70 см; В) 58 см; Г) другой ответ.
4. **Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью ACC_1.**
5. **Постройте сечение тетраэдра ABCD плоскостью α, проходящей через точки E, K, P его ребер.**



ФУНКЦИИ*)

Числовой **функцией** называется соответствие, которое каждому числу x из некоторого заданного множества сопоставляет единственное число y.

Обозначение: $y = f(x)$, где

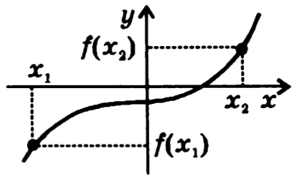
x — независимая переменная (аргумент функции),

y — зависимая переменная (функция).

Множество значений x называется **областью определения** функции (обычно обозначается D).

Множество значений y называется **областью значений** функции (обычно обозначается E).

Графиком функции называется множество точек плоскости с координатами $(x, f(x))$.



СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИЙ

- ***Аналитический способ:*** функция задается с помощью математической формулы.

  Примеры: $y = x^2$, $y = \ln x$

- ***Табличный способ:*** функция задается с помощью таблицы.

  Пример.

x	1	2	3	4	5
y	2	4	6	8	10

- ***Описательный способ:*** функция задается словесным описанием.

  Пример: функция Дирихле $f(x) = \begin{cases} 1 \text{ для рациональных } x, \\ 0 \text{ для иррациональных } x. \end{cases}$

- ***Графический способ:*** функция задается с помощью графика.

*)Все параметры функций, в том числе коэффициенты многочленов, считаются действительными.

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

ЧЕТНОСТЬ И НЕЧЕТНОСТЬ

Функция называется **четной**, если:

- область определения функции симметрична относительно нуля,
- для любого x из области определения

$$f(-x) = f(x).$$

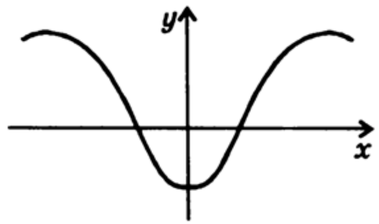


График четной функции симметричен относительно оси y.

Функция называется **нечетной**, если:

- область определения функции симметрична относительно нуля,
- для любого x из области определения

$$f(-x) = -f(x).$$

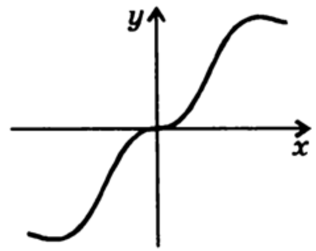
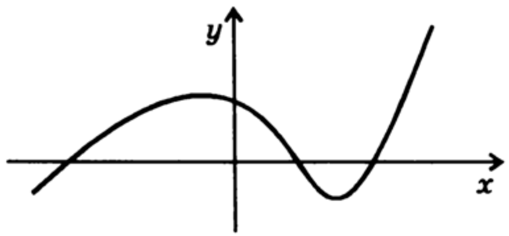


График нечетной функции симметричен относительно начала координат.

Многие функции не являются ни четными, ни нечетными.

Пример графика функции, не являющейся ни четной, ни нечетной:



ПЕРИОДИЧНОСТЬ

Функция $f(x)$ называется **периодической** с периодом $T > 0$, если для любого x из области определения значения $x + T$ и $x - T$ также принадлежат области определения и

$$f(x) = f(x + T) = f(x - T).$$

При этом любое число вида Tn, где $n \in N$, также является периодом этой функции.

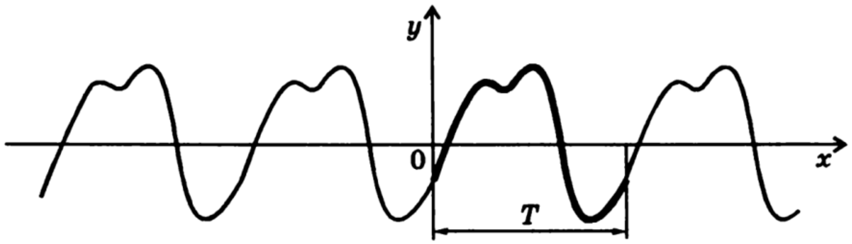


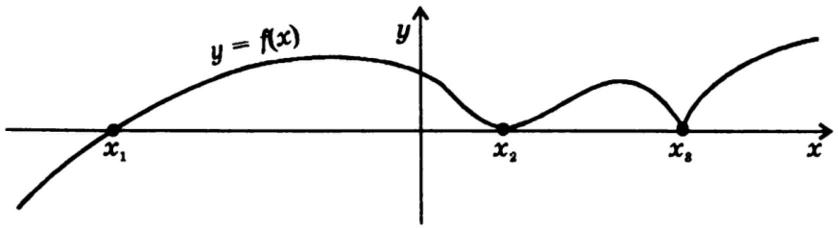
График периодической функции состоит из неограниченно повторяющихся одинаковых фрагментов. Чтобы построить график периодической функции, строят фрагмент графика на любом отрезке длиной T (например, [0; T]), а затем производят последовательные параллельные переносы фрагмента графика на T, $2T$, $3T$ и т.д. вдоль оси x (вправо и влево).

НУЛИ ФУНКЦИИ

Нулем функции $y = f(x)$ называется такое значение аргумента x_0, при котором функция обращается в нуль:

$$f(x_0) = 0.$$

В нуле функции ее график имеет общую точку с осью x.

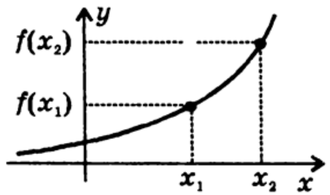


x_1, x_2, x_3 — нули функции $y = f(x)$

МОНОТОННОСТЬ (ВОЗРАСТАНИЕ, УБЫВАНИЕ)

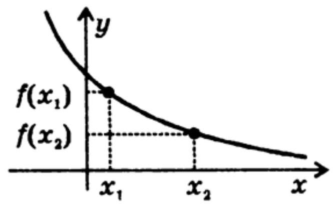
Функция $y = f(x)$ называется **возрастающей** на интервале $(a; b)$, если для любых x_1 и x_2 из этого интервала таких, что $x_1 < x_2$, справедливо неравенство

$$f(x_1) < f(x_2).$$



Функция $y = f(x)$ называется **убывающей** на интервале $(a; b)$, если для любых x_1 и x_2 из этого интервала таких, что $x_1 < x_2$, справедливо неравенство

$$f(x_1) > f(x_2).$$

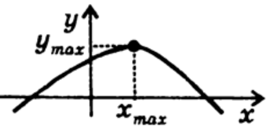


ЭКСТРЕМУМЫ (МАКСИМУМЫ И МИНИМУМЫ)

Внутренняя точка x_{max} области определения называется **точкой максимума**, если для всех x из некоторой окрестности этой точки справедливо неравенство:

$$f(x) < f(x_{max}).$$

Значение $y_{max} = f(x_{max})$ называется **максимумом** этой функции.



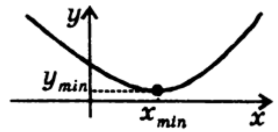
x_{max} — точка максимума

y_{max} — максимум

Внутренняя точка x_{min} области определения называется **точкой минимума**, если для всех x из некоторой окрестности этой точки справедливо неравенство:

$$f(x) > f(x_{min}).$$

Значение y_{min} $f(x_{min})$ называется **минимумом** этой функции.



x_{min} — точка минимума

y_{min} — минимум

ОБРАТНЫЕ ФУНКЦИИ

Понятие обратной функции применимо к функциям, обладающим следующим свойством: *каждому* значению y из области значений функции соответствует *единственное* значение x из области определения этой функции.

Замечание. Для многих функций это свойство выполняется лишь на части области определения, в частности, на любом промежутке монотонности (для функции $y = x^2$ таким промежутком является, например, луч $[0; \infty)$, для функции $y = \sin x$ — отрезок $[-\pi/2; \pi/2]$).

> Функция g называется **обратной** для функции f, если каждому y из области значений функции f функция g ставит в соответствие такое x из области определения функции f, что $y = f(x)$. Таким образом, если $y = f(x)$, то $x = g(y)$.
>
> Функции f и g являются **взаимно обратными.**
>
> - Область определения функции f является областью значений функции g, а область значений функции f является областью определения функции g.
> - Графики взаимно обратных функций симметричны друг другу относительно прямой $y = x$ (построение графика обратной функции см. на стр. 19).

Примеры взаимно обратных функций:

$y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 2^x$ и $y = \log_2 x$

НАХОЖДЕНИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ФУНКЦИИ, ОБРАТНОЙ ДАННОЙ

> - Пользуясь формулой $y = f(x)$, следует выразить x через y, а в полученной формуле $x = g(y)$ заменить x на y, а y на x.

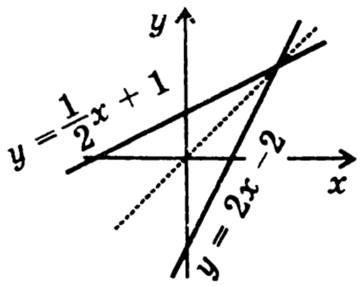
Пример. Найти формулу для функции, обратной функции

$$y = \frac{1}{2}x + 1.$$

Выражение x через y: $x = 2y - 2$.

Замена x на y, y на x дает: $y = 2x - 2$.

Результат: функция $y = 2x - 2$ является обратной для функции $y = \frac{1}{2}x + 1$.



ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИММЕТРИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ x

$$f(x) \to -f(x)$$

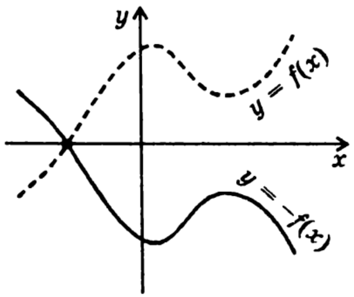
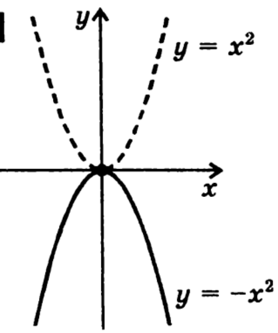


График функции $y = -f(x)$ получается преобразованием симметрии графика функции $y = f(x)$ относительно оси x.

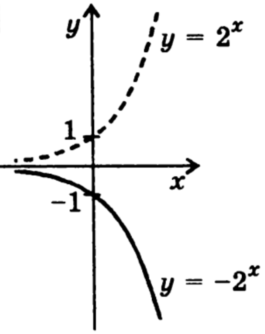
Замечание. Точки пересечения графика с осью x остаются неизменными.

Примеры:

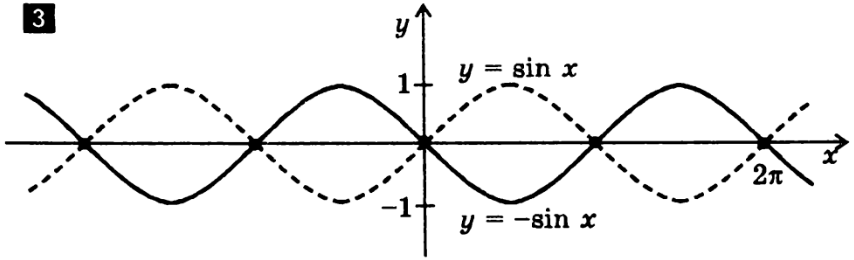
1



2



3



ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИММЕТРИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ y

$$f(x) \to f(-x)$$

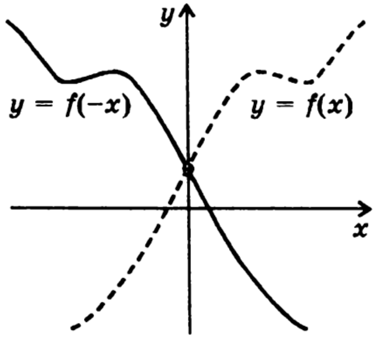
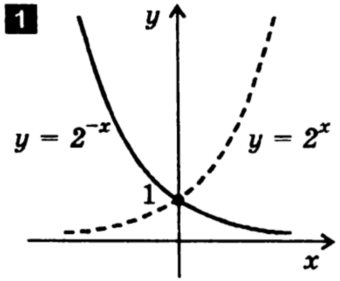


График функции $y = f(-x)$ получается преобразованием симметрии графика функции $y = f(x)$ относительно оси y.

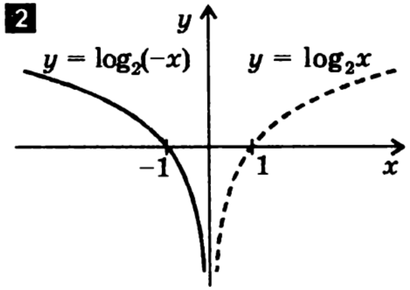
Замечание. Точка пересечения графика с осью y остается неизменной.

Примеры:

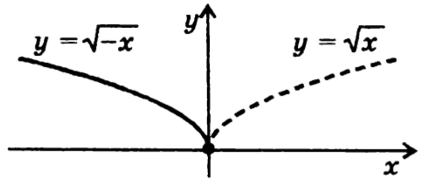
1



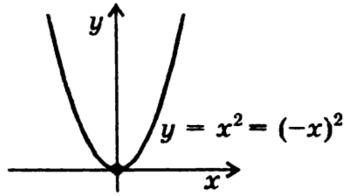
2



3



4



Замечание 1. График четной функции (см. стр. 7) не изменяется при отражении относительно оси y, поскольку для четной функции $f(-x) = f(x)$. ***Пример***: $(-x)^2 = x^2$.

Замечание 2. График нечетной функции (см. стр. 7) изменяется одинаково как при отражении относительно оси x, так и при отражении относительно оси y, поскольку для нечетной функции $f(-x) = -f(x)$. ***Пример***: $\sin(-x) = -\sin x$.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ВДОЛЬ ОСИ x

$$f(x) \to f(x-a)$$

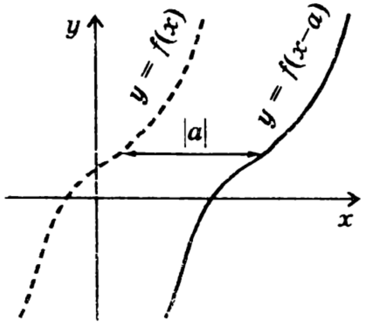
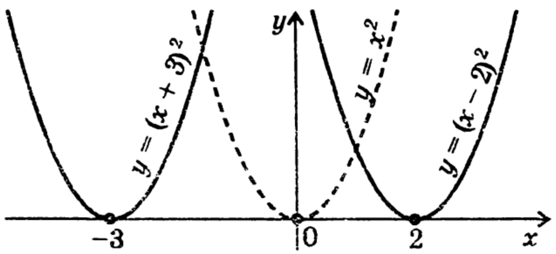


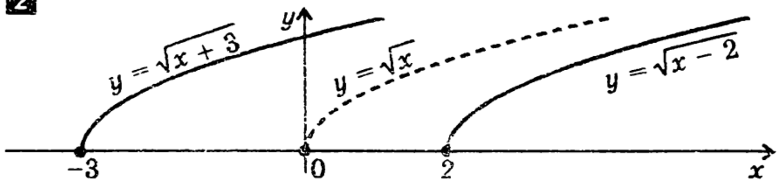
График функции $y = f(x-a)$ получается параллельным переносом графика функции $y = f(x)$ вдоль оси x на $|a|$ вправо при $a > 0$ и влево при $a < 0$.

Примеры:

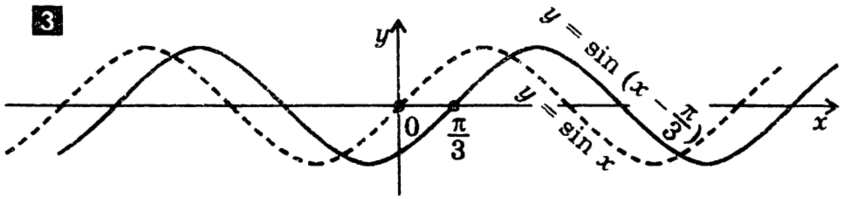
1



2



3



Замечание. График периодической функции (см. стр. 8) с периодом T не изменяется при параллельных переносах вдоль оси x на nT, $n \in Z$.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ВДОЛЬ ОСИ y

$$f(x) \to f(x) + b$$

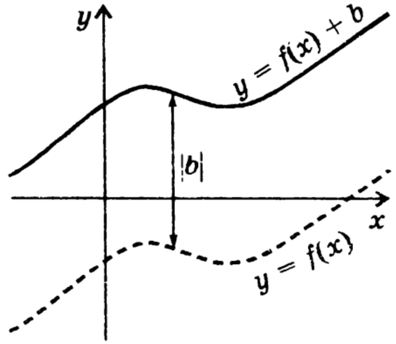
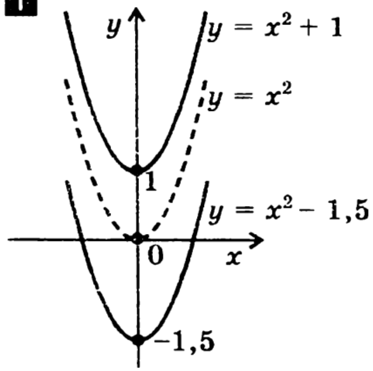


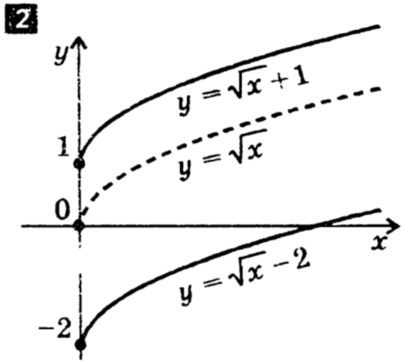
График функции $y = f(x) + b$ получается параллельным переносом графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y на $|b|$ вверх при $b > 0$ и вниз при $b < 0$.

Примеры:

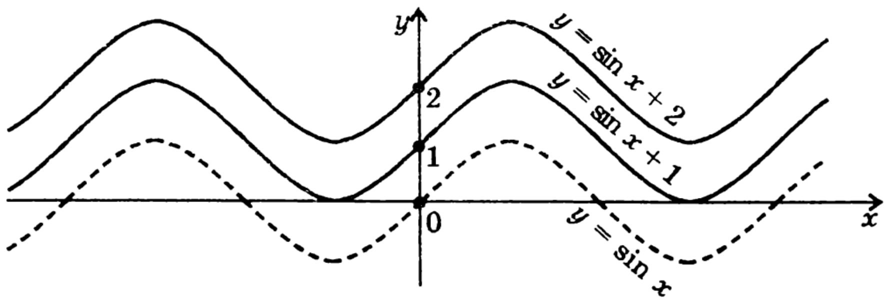
1



2



3



СЖАТИЕ И РАСТЯЖЕНИЕ ВДОЛЬ ОСИ x

$f(x) \to f(\alpha x)$, где $\alpha > 0$

$\boxed{\alpha > 1}$

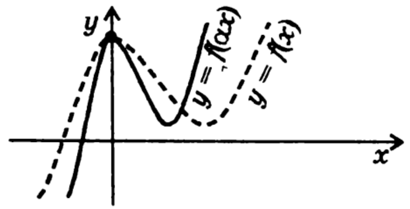


График функции $y = f(\alpha x)$ получается сжатием графика функции $y = f(x)$ вдоль оси x в α раз.

$\boxed{0 < \alpha < 1}$

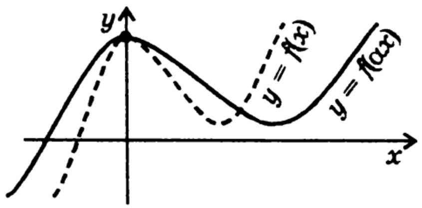
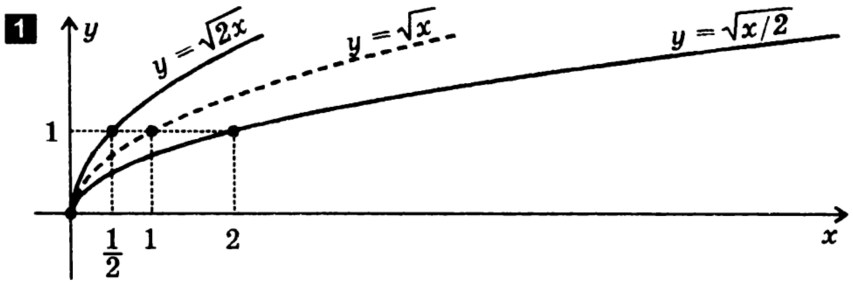


График функции $y = f(\alpha x)$ получается растяжением графика функции $y = f(x)$ вдоль оси x в $1/\alpha$ раз.

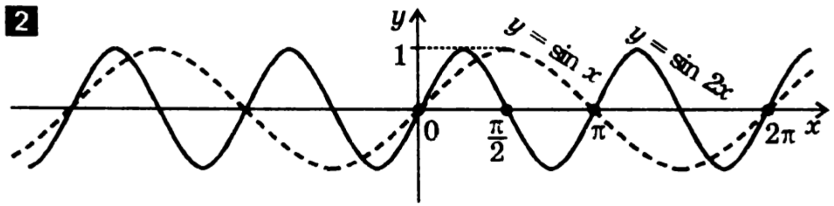
Замечание. Точки пересечения графика с осью y остаются неизменными.

Примеры:

1



2



СЖАТИЕ И РАСТЯЖЕНИЕ ВДОЛЬ ОСИ y

$f(x) \to kf(x)$, где $k > 0$

$\boxed{k > 1}$

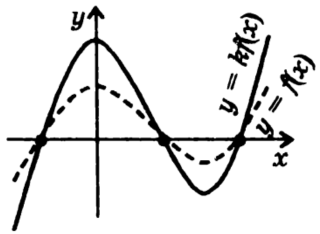


График функции $y = kf(x)$ получается растяжением графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y в k раз.

$\boxed{0 < k < 1}$

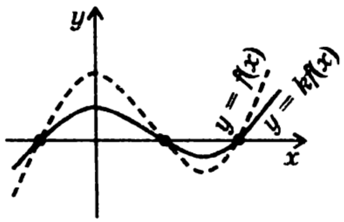
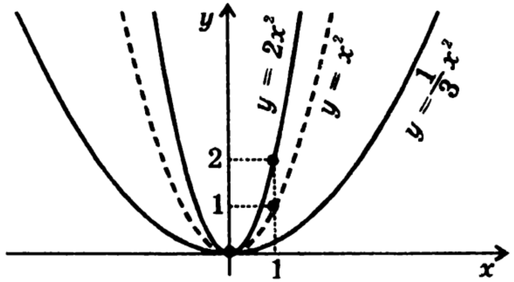


График функции $y = kf(x)$ получается сжатием графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y в $1/k$ раз.

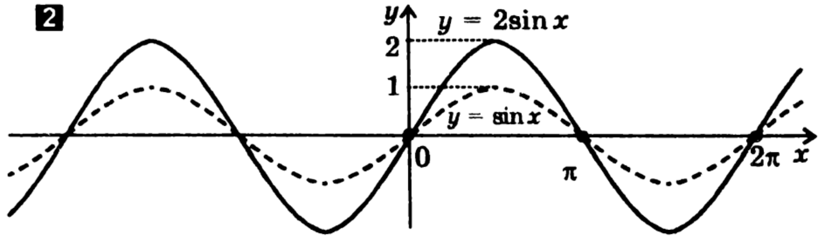
Замечание. Точки пересечения графика с осью x остаются неизменными.

Примеры:

1



2



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ*)

$y = \sin x$

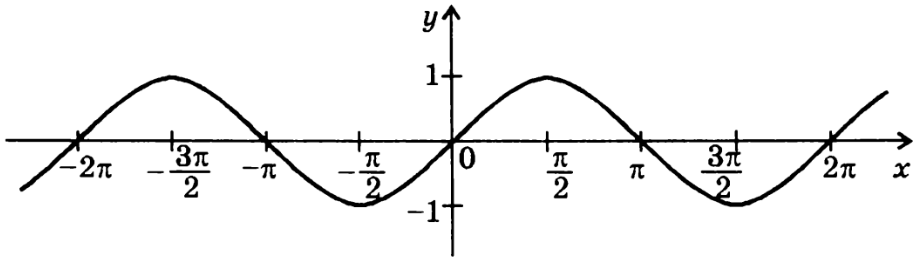


график — синусоида

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

- *Область определения:* R
- *Область значений:* $[-1;\ 1]$
- *Четность, нечетность:* функция нечетная
- *Период:* 2π
- *Нули:* $\sin x = 0$ при $x = \pi n, \quad n \in Z$
- *Промежутки знакопостоянства:*

  $\sin x > 0$ при $x \in (2\pi n;\ \pi + 2\pi n), \quad n \in Z$

  $\sin x < 0$ при $x \in (-\pi + 2\pi n;\ 2\pi n), \quad n \in Z$
- *Экстремумы:*

  $x_{min} = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in Z; \quad y_{min} = -1$

  $x_{max} = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in Z; \quad y_{max} = 1$
- *Промежутки монотонности:*

  функция возрастает при $x \in \left[-\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n\right], \quad n \in Z$

  функция убывает при $x \in \left[\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \dfrac{3\pi}{2} + 2\pi n\right], \quad n \in Z$

$y = \cos x$

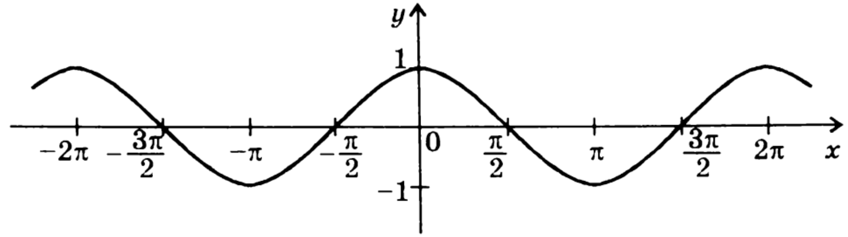


график — косинусоида

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

- *Область определения:* R
- *Область значений:* $[-1;\ 1]$
- *Четность, нечетность:* функция четная
- *Период:* 2π
- *Нули:* $y = 0$ при $x = \dfrac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in Z$
- *Промежутки знакопостоянства:*

  $\cos x > 0$ при $x \in \left(-\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n\right), \quad n \in Z$

  $\cos x < 0$ при $x \in \left(\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \dfrac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), \quad n \in Z$
- *Экстремумы:*

  $x_{min} = \pi + 2\pi n, \quad n \in Z; \quad y_{min} = -1$

  $x_{max} = 2\pi n, \quad n \in Z; \quad y_{max} = 1$
- *Промежутки монотонности:*

  функция возрастает при $x \in [-\pi + 2\pi n;\ 2\pi n], \quad n \in Z$

  функция убывает при $x \in [2\pi n;\ \pi + 2\pi n], \quad n \in Z$

Замечание. Графики функций $y \quad \sin x$ и $y = \cos x$ получаются друг из друга с помощью параллельных переносов вдоль оси x на $\pi/2$: $\cos x = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right)$; $\sin x = \cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)$

$$y = \operatorname{tg} x$$

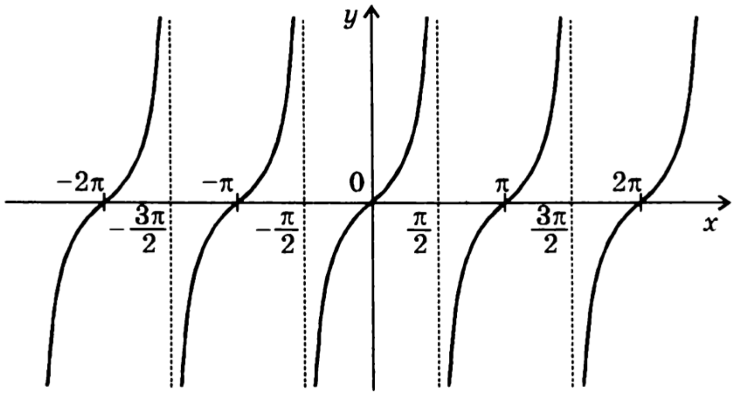


график — тангенсоида

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

- *Область определения:* объединение интервалов $\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n; \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$, $n \in Z$
- *Область значений:* R
- *Четность, нечетность:* функция нечетная
- *Период:* π
- *Нули:* $y = 0$ при $x = \pi n$, $n \in Z$
- *Промежутки знакопостоянства:*

  $\operatorname{tg} x > 0$ при $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$, $n \in Z$

  $\operatorname{tg} x < 0$ при $x \in \left(-\frac{\pi}{2}+\pi n; \pi n\right)$, $n \in Z$
- *Экстремумов* нет
- *Промежутки монотонности:*

  функция возрастает на каждом интервале области определения
- *Асимптоты:* $x = \frac{\pi}{2}+\pi n$, $n \in Z$

$$y = \operatorname{ctg} x$$

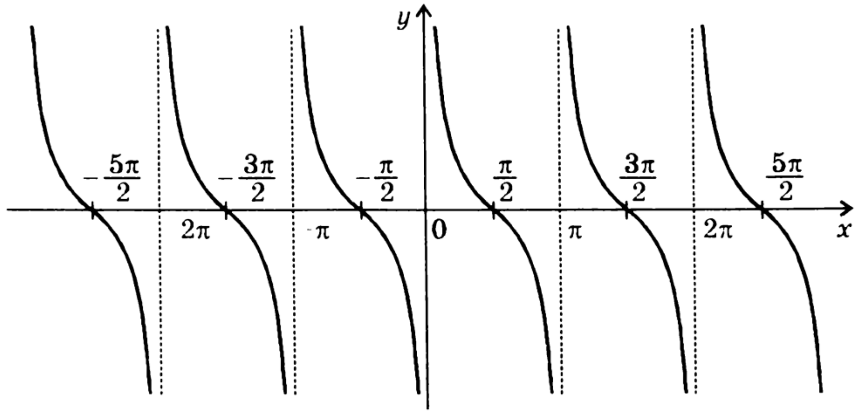


график — котангенсоида

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

- *Область определения:* объединение интервалов $(\pi n; \pi + \pi n)$, $n \in Z$
- *Область значений:* R
- *Четность, нечетность:* функция нечетная
- *Период:* π
- *Нули:* $y = 0$ при $x = \frac{\pi}{2}+\pi n$, $n \in Z$
- *Промежутки знакопостоянства:*

  $\operatorname{ctg} x > 0$ при $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$, $n \in Z$

  $\operatorname{ctg} x < 0$ при $x \in \left(-\frac{\pi}{2}+\pi n; \pi n\right)$, $n \in Z$
- *Экстремумов* нет
- *Промежутки монотонности:*

  функция убывает на каждом интервале области определения
- *Асимптоты:* $x = \pi n$, $n \in Z$

Замечание. График функции $y = \operatorname{ctg} x$ получается из графика функции $y = \operatorname{tg} x$ отражением относительно любой из координатных осей и последующим параллельным переносом вдоль оси x на $\pi/2$.

Контрольная работа № 4 по теме: «Основные свойства функций».

1 вариант

1. Найдите область определения функции $y=\sqrt{16-x^2}$

1) $(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$; **2)** $(-4;4)$; **3)** $[-4;4]$; **4)** $(-\infty-4]\cup[4;+\infty)$.

2. Найдите область значений функции y = cosx +2

1) [-1;1]; **2)**[-2;2]; **3)** [0;2]; **4)** [1;3].

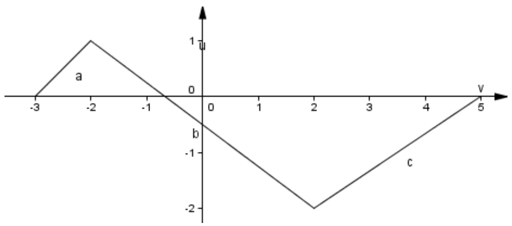
3. Проверьте функцию на четность y = x4+ cosx

1) четная; **2)** нечетная; **3)** ни четная, ни нечетная; **4)** периодическая.

4. Найдите нули функции $y=x\sqrt{x-1}$

1) 0; **2)** 1; **3)** 0; 1; **4)** нет.

5. По графику некоторой функции y= f (x) найдите промежутки возрастания



1) [-3;-2] U [2;5]; **2)** [-3;5]; **3)** [-2;2]; **4)** [2;5].

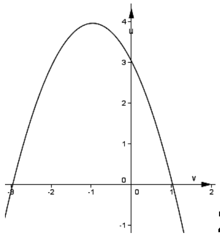
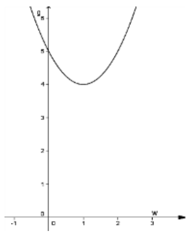
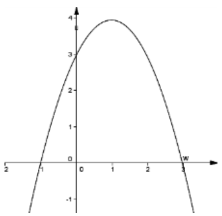
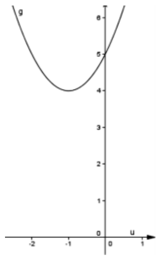
6. Найдите наименьший положительный период функции $y=ctg\,\frac{x}{2}$

1) π; **2)** 2 π; **3)** 0,5 π; **4)** 4 π.

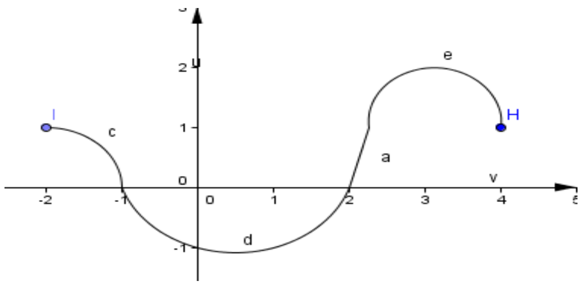
7. Найдите наименьшее значение функции y = x2 + 3x – 1

1) -1; **2)** -3,25; **3)** -1,5; **4)** 1,25.

8. Укажите график функции y = (x-1)2+4

1)  **2)**  **3)**  **4)** 

9. Найдите промежутки, на которых y>0



1) (-2;2); **2)** [-2;0)U(2;4); **3)** [-2;-1) U (2;4]; **4)** [0;3].

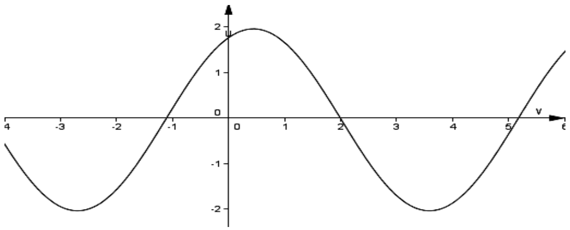
10. Дана функция f (x)= x^3-2ax + 8 . Известно, что f (1) = 5. Найдите f (-2).

1) 16; **2)** 0; **3)** 8; **4)** -8.

11. Укажите функцию, которой соответствует данный график

1) $y = 2\sin(x - \frac{\pi}{6})$; **2)** $y = 2\sin(x + \frac{\pi}{3})$;

3) $y = 2 + \sin(x - \frac{\pi}{3})$; **4)** $y = 2\sin(x - \frac{\pi}{3})$.



Контрольная работа № 4 по теме: «Основные свойства функций».

2 вариант

1. Найдите область определения функции и $y=\sqrt{81-x^2}$

1) $(-\infty;-9)\cup(9;+\infty)$; **2)** $[-9;9]$; **3)** $(-9;9)$; **4)** $(-\infty-9]\cup[9;+\infty)$.

2. Найдите область значений функции y = sinx -2

1) [-1:1]; **2)**[-3:-1]; **3)** (-2;0); **4)** [-2;2].

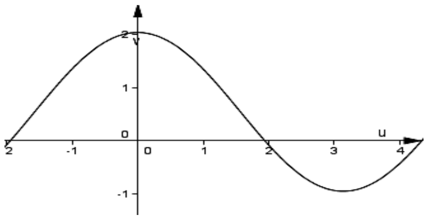
3. Проверьте функцию на четность: $y=\frac{tgx}{x^2-1}$

1) четная; **2)** нечетная; **3)** ни четная, ни нечетная; **4)** убывающая.

4. Найдите нули функции $y=\frac{x}{5}+\frac{3}{5}$

1) 3; **2)** -3; **3)** 0; **4)** -5.

5. По графику некоторой функции y= f (x) найдите промежутки возрастания



1)[-2;3]U [2;4]; **2)** [-3;5]; **3)** [0;3]; **4)** (-1;2).

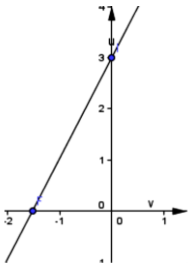
6. Найдите наименьший положительный период функции y = tg 4x

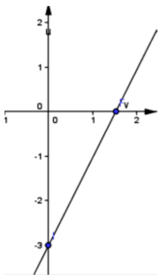
1) 2π; **2)** $\frac{\pi}{4}$; **3)** 0,5 π; **4)** 4 π.

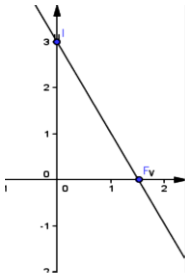
7. Найдите наименьшее значение функции y = -x2 + 5x – 9

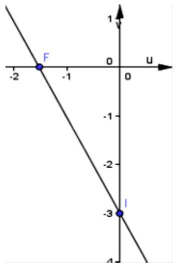
1) $-2\frac{3}{4}$; **2)** -9; **3)** 1,5; **4)** 9,75.

8. Укажите график функции y = -2x-3

1) 

2) 

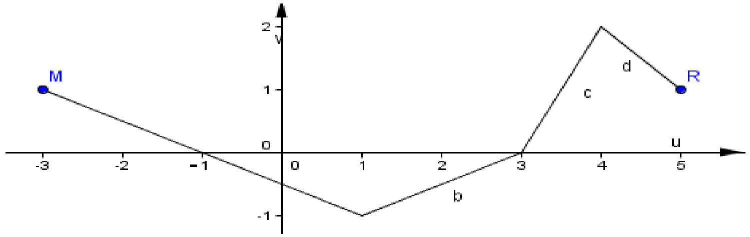
3) 

4) 

9. Найдите промежутки, на которых y<0

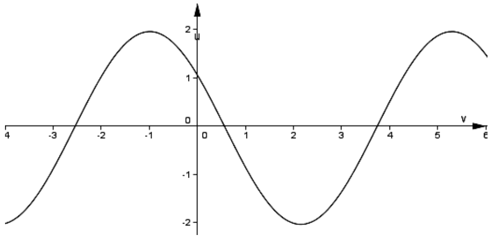
1) (-1;3); **2)** [-3;1]U[4;5];

3) (-3;-1); **4)** [1;4].



10. Дана функция f (x)= x^3+5x -a . Известно, что f (2) = 15. Найдите f (-1).
1) -3; **2)** -9; **3)** -8; **4)** 0.

11. Укажите функцию, которой соответствует данный график



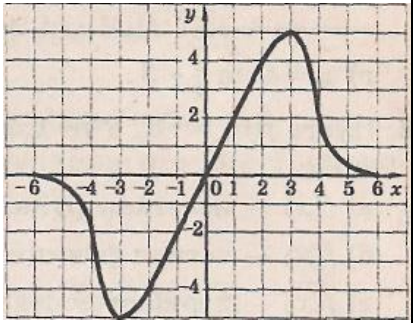
1) $y = 2\cos(x - \frac{\pi}{6})$ **;** **2)** $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{3})$ **;**

3) $y = 2 + \cos(x - \frac{\pi}{3})$ **; 4)** $y = 2\cos(x - \frac{\pi}{3})$ **.**

ЗАЧЁТ № 2 ПО ТЕМЕ: «Основные свойства функций».

Вариант 1.

1. Дана функция $y = f(x)$, определенная на $[-6;6]$.



1) Найдите по графику

а) $f(3)$; $f(-1)$; $f(5)$;

б) те значения x, при которых значение функции равно1.

2) Исследуйте функцию. Укажите:

а) множество значений функции;

б) является ли функция четной или нечетной;

в) координаты пересечения графика с осями координат;

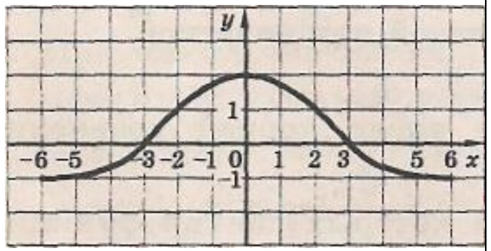
г) промежутки знакопостоянства;

д) промежутки монотонности (убывания и возрастания);

е) точки экстремума, вид экстремума, экстремумы функции.

Вариант 2.

1. Дана функция $y = f(x)$, определенная на $[-6;6]$.



1) Найдите по графику

а) $f(3)$; $f(-1)$; $f(5)$;

б) те значения x, при которых значение функции равно1.

2) Исследуйте функцию. Укажите:

а) множество значений функции;

б) является ли функция четной или нечетной;

в) координаты пересечения графика с осями координат;

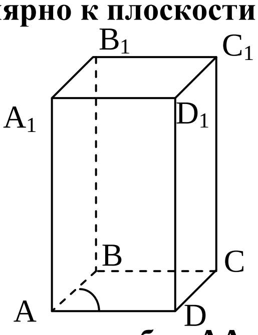
г) промежутки знакопостоянства;

д) промежутки монотонности (убывания и возрастания);

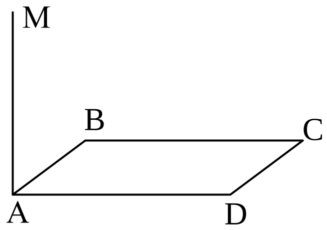
е) точки экстремума, вид экстремума, экстремумы функции.

Тестирование по теме: "Перпендикулярность прямых и плоскостей"
Вариант 1.

1. **Из данных утверждений выберите верное:**
   А) если прямая перпендикулярна к двум прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости;
   Б) если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая ей перпендикулярна;
   В) если прямая a перпендикулярна к прямой b и плоскости α, то прямая b параллельна плоскости α;
   Г) утверждения А-В не верны.
2. **В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро AA_1 перпендикулярно к плоскости АВС, угол BAD равен 56^0. Какое из данных утверждений неверно?**
   А) AA_1 перпендикулярна BD;
   Б) AA_1 перпендикулярна C_1D_1;
   В) BB_1 перпендикулярна AC
   Г) BC_1 перпендикулярна DC.



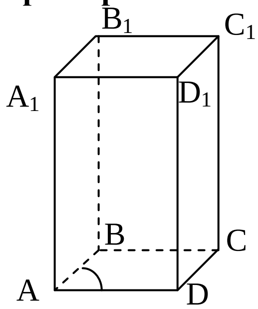
3. **В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ граньABCD – прямоугольник, ребро AA_1 перпендикулярно грани ABCD. Длины отрезков AA_1, A_1B и A_1D равны соответственно 1см, $\sqrt{5}$ см, $\sqrt{10}$ см. Найдите длину отрезка B_1D_1.**
   А) $\sqrt{13}$ см; Б) $\sqrt{11}$ см; В) 3 см; Г) другой ответ.
4. **Из данных утверждений выберите верное:**
   А) перпендикулярной проекцией прямой на плоскость является прямая;
   Б) если проекции двух отрезков на плоскость равны, то равны и сами отрезки;
   В) перпендикуляр всегда меньше наклонной, проведенной из той же точки;
   Г) утверждения А-В не верны.
5. **Прямая АМ перпендикулярна плоскости квадрата ABCD. Какое из данных утверждений неверно?**
   А) МА перпендикулярна BD;
   Б) МВ перпендикулярна СВ;
   В) MD перпендикулярна CD;
   Г) МС перпендикулярна СВ.



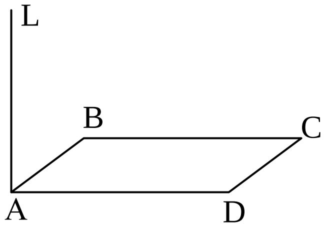
6. **Из данных утверждений выберите верное:**
   А) плоскость и прямая, перпендикулярные к одной и той же плоскости параллельны между собой;
   Б) если все ребра параллелепипеда равны, то все его двугранные углы тоже равны;
   В) если плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны;
   Г) утверждения А-В не верны.
7. **Точка А находится на расстоянии 3 см и 5 см от перпендикулярных плоскостей α и β. Найдите расстояние от точки А до линии пересечения плоскостей α и β.**
   А) $\sqrt{34}$ см; Б) 4 см; В) 6 см; Г) $\sqrt{30}$ см; Д) другой ответ.

Тестирование по теме: "Перпендикулярность прямых и плоскостей"
Вариант 2.

1. **Из данных утверждений выберите верное:**
   А) если две прямые перпендикулярны друг другу, то они пересекаются;
   Б) если две прямые перпендикулярны плоскости, то они параллельны между собой;
   В) если прямая не перпендикулярна к плоскости, то она не перпендикулярна любой прямой этой плоскости;
   Г) утверждения А-В не верны.
2. **В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро AA_1 перпендикулярно прямым AB и AD, угол BAD равен 90^0. Какое из данных утверждений неверно?**
   А) AA_1 перпендикулярна BC;
   Б) BC перпендикулярна C_1D_1;
   В) AD перпендикулярна A_1C_1
   Г) AD перпендикулярна D_1C_1.



3. **В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ граньABCD – прямоугольник, ребро AA_1 перпендикулярно грани ABCD. Длины отрезков AA_1, A_1B и A_1D равны соответственно 5см, $\sqrt{151}$ см, $4\sqrt{2}$ см. Найдите длину отрезка A_1C_1.**
   А) 2 см; Б) 5 см; В) 4 см; Г) другой ответ.
4. **Из данных утверждений выберите верное:**
   А) перпендикулярной проекцией отрезка на плоскость является отрезок;
   Б) множество точек, равноудаленных от концов отрезка есть плоскость перпендикулярная отрезку и проходящая через его середину;
   В) если проекции двух отрезков на плоскость не равны, то не равны и сами отрезки;
   Г) утверждения А-В не верны.
5. **Прямая AL перпендикулярна плоскости квадрата ABCD. Какое из данных утверждений неверно?**
   А) AL перпендикулярна AC;
   Б) LD перпендикулярна CD;
   В) LB перпендикулярна CB;
   Г) LC перпендикулярна BC.

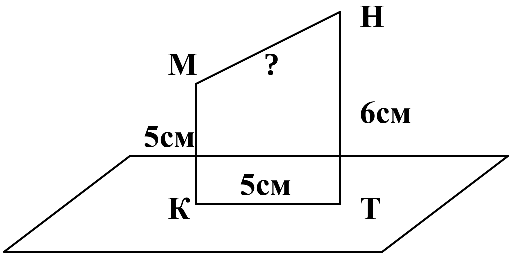


6. **Из данных утверждений выберите верное:**
   А) в параллелепипеде все грани прямоугольники;
   Б) в пространстве существует единственная прямая, перпендикулярная к данной прямой и проходящая через данную точку;
   В) если все ребра тетраэдра равны, то все его двугранные углы тоже равны;
   Г) утверждения А-В не верны.
7. **Точка А находится на расстоянии 2 см от одной из двух перпендикулярных плоскостей и на расстоянии $2\sqrt{3}$ см до линии их пересечения. Найдите расстояние от точки А до второй плоскости.**
   А) $\sqrt{10}$ см; Б) 4 см; В) 2 см; Г) $2\sqrt{2}$ см; Д) другой ответ.

Контрольная работа № 5 по теме: «Прямые и плоскости в пространстве».

Вариант 1.

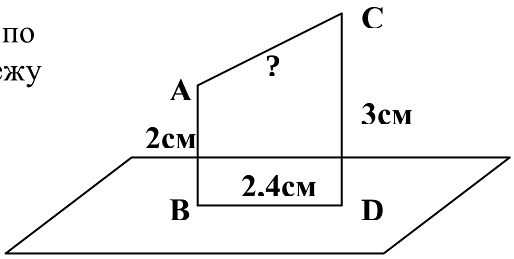
1. Ромб ABCD и трапеция BCMN (BC-основание трапеции) не лежат в одной плоскости. Как расположены прямые MN и AD?
2. Решить задачу по готовому чертежу



3. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках D и E соответственно, причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC, если BD:AD=3:4 и DE=10см.
4. В перпендикулярных плоскостях α и β проведены перпендикуляры МС и КД к прямой их пересечения СД. Вычислите длину отрезка СД, если МС= 8 см, КД= 9 см, МК= 17 см.

Вариант 2.

1. Треугольник ABC и трапеция ABKP (AB-основание трапеции) не лежат в одной плоскости. Как расположены прямые PK и MN, где MN-средняя линия треугольника ABC?
2. Решить задачу по готовому чертежу



3. Дан треугольник МРК. Плоскость, параллельная прямой МК, пересекает сторону МР в точке M_1, а сторону РК в точке K_1. Вычислите длину M_1K_1, если $PK:PK_1=9:5$, МК=27 см.
4. В перпендикулярных плоскостях α и β расположены соответственно точки А и В. К линии пересечения плоскостей проведены перпендикуляры АС и ВД, причем АС= 12 см, ВД= 15 см. расстояние между точками С и Д равно 16 см. вычислите длину отрезка АВ.

ЗАЧЁТ № 3 ПО ТЕМЕ: «Прямые и плоскости в пространстве».

Карточка 1.

1. Аксиома стереометрии.
2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите линию пересечения плоскостей ABC_1D_1 и A_1BCD_1.

Карточка 2.

1. Следствия из аксиом (2 теоремы). Доказательство одной из теорем.
2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите линию пересечения плоскостей ABC_1D_1 и ADD_1A_1.

Карточка 3.

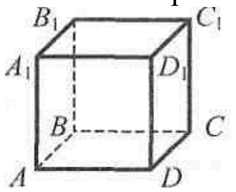
1. Определение параллельных прямых в пространстве. Теорема о параллельных прямых.
2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите линию пересечения плоскостей A_1BCD_1 иBDD_1B_1.

Карточка 4.

1. Лемма о пересечении плоскости параллельными прямыми без доказательства.
2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите линию пересечения плоскостей ABC_1D_1 иA_1B_1CD.

Карточка 5.

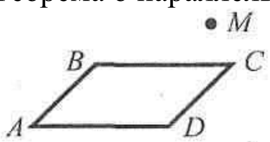
1. Свойства параллельности прямых и плоскостей.



2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите прямую пересечения плоскостей *(AA_1B_1)* и *(ABC).*

Карточка 6.

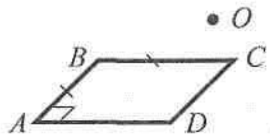
1. Теорема о параллельности трёх прямых.



2. Дан параллелограмм *ABCD*и точка *M,* не лежащая в его плоскости. Найдите прямую пересечения плоскостей *(MAD)* и *(MDC).*

Карточка 7.

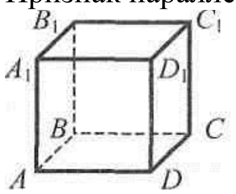
1. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Определение параллельности прямой и плоскости.



2. Дан квадрат *ABCD*и точка O, не лежащая в его плоскости. По какой прямой пересекаются плоскость *(ABD)* и плоскость (*BOC).*

Карточка 8.

1. Признак параллельности прямой и плоскости.



2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите прямую пересечения плоскостей *(BC_1C)* и *(DD_1C).*

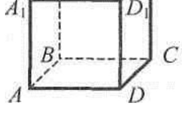
Карточка 9.

1. Определение параллельных плоскостей. Признак параллельности двух плоскостей с доказательством.

2. Дан ромб *ABCD*и точка M, не лежащая в его плоскости. Найти прямую пересечения плоскостей *(MAB)* и *(MBC).*

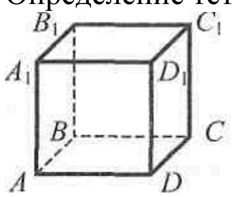
Карточка 10.

1. Свойства параллельности двух плоскостей.



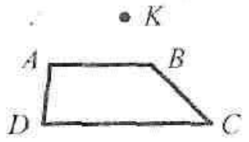
2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.Какой плоскости принадлежитотрезок *AC* и точка *C_1?*

Карточка 11.

1. Определение тетраэдра и его элементов по чертежу.
2. 

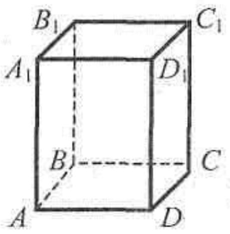
Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите прямую пересечения плоскостей (A_1C_1C) и (ABC).

Карточка 12.

1. Определение параллелепипеда и его элементов по чертежу.
2. 

Дана трапеция $ABCD$и точка К, не лежащая в ее плоскости. Найти прямую пересечения плоскостей (KAB) и (ACB).

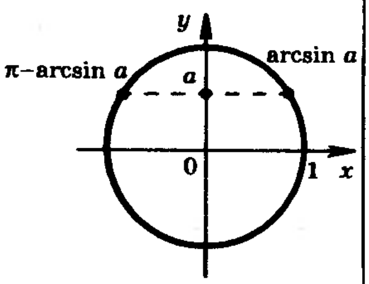
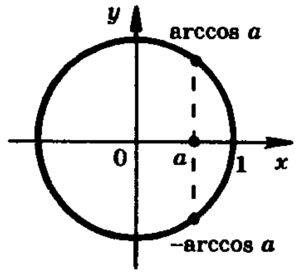
Карточка 13.

1. Свойства параллелепипеда.
2. 

Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найти линию пересечения плоскостей (A_1B_1B) и (BCD).

Решение тригонометрических уравнений и неравенств.

Тригонометрические уравнения

$\sin x = a$		$\cos x = a$	
$\lvert a\rvert > 1$	$\lvert a\rvert \leqslant 1$	$\lvert a\rvert > 1$	$\lvert a\rvert \leqslant 1$
решений нет	 $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,$ $n \in Z$	решений нет	 $x = \pm \arccos a + 2\pi n,$ $n \in Z$

При $\lvert a\rvert \leqslant 1$:

$-\frac{\pi}{2} \leqslant \arcsin a \leqslant \frac{\pi}{2}$

$\sin(\arcsin a) = a$

$\arcsin(-a) =$
$= -\arcsin a$

a	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin a$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\arccos a$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

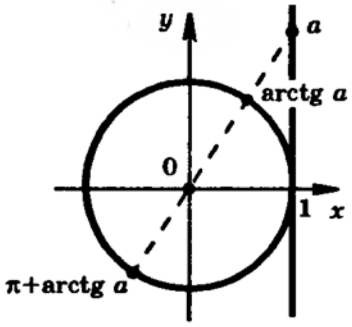
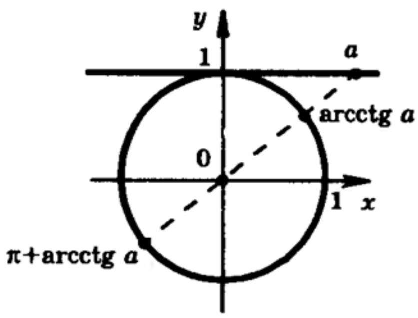
$\arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}$

При $\lvert a\rvert \leqslant 1$:

$0 \leqslant \arccos a \leqslant \pi$

$\cos(\arccos a) = a$

$\arccos(-a) =$
$= \pi - \arccos a$

$\operatorname{tg} x = a$	$\operatorname{ctg} x = a$
 $x = \operatorname{arctg} a + \pi n,\ n \in Z$	 $x = \operatorname{arcctg} a + \pi n,\ n \in Z$

При любом a:

$-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arctg} a < \frac{\pi}{2}$

$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = a$

$\operatorname{arctg}(-a) =$
$= -\operatorname{arctg} a$

a	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} a$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{arcctg} a$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$

$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arcctg} a = \frac{\pi}{2}$

При любом a:

$0 < \operatorname{arcctg} a < \pi$

$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} a) = a$

$\operatorname{arcctg}(-a) =$
$= \pi - \operatorname{arcctg} a$

Частные случаи решения простейших тригонометрических уравнений.

Уравнение	Решение
$\sin x = 0$	$x = \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 1$	$x = 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

Метод решения тригонометрического уравнения, сводящегося к квадратному.

Схема решения тригонометрического уравнения

Выполнить преобразования, приводящие к уравнению с одной функцией. → Решение квадратного уравнения относительно данной функции. → Решение простейших тригонометрических уравнений: **1—4**

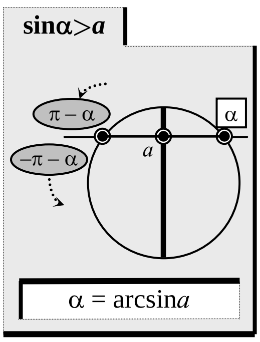
$2\cos^2 x - 5\sin x + 1 = 0 \xrightarrow{\cos^2 x = 1 - \sin^2 x} 2(1 - \sin^2 x) - 5\sin x + 1 = 0$

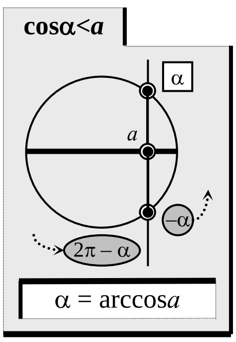
$\to 2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0 \xrightarrow{\sin x = y} 2y^2 + 5y - 3 = 0 \to y_1 = -3,\ y_2 = \frac{1}{2}$

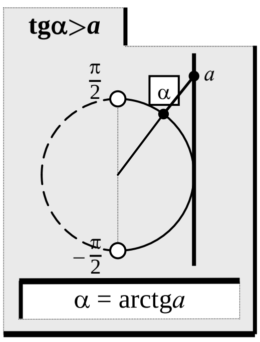
$\sin x = -3 \to$ нет решения

$\sin x = \frac{1}{2} \to x = (-1)^k \arcsin\frac{1}{2} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z} \to x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

Простейшие тригонометрические неравенства







Чтобы решить простейшее тригонометрическое неравенство нужно:

1. Провести прямую к линии соответствующей функции.

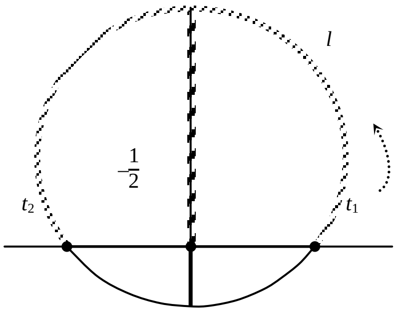
2. Выделить дугу, на которой лежат решения неравенства.
3. Найти концы этой дуги, помня, что обход совершается против часовой стрелки от меньшего числа к большему.
4. Прибавить к концам интервала числа, кратные периоду функции.

Пример :*Решить неравенство* $\sin x \geq -\frac{1}{2}$.

Решение.

Все решения, удовлетворяющие заданному неравенству, лежат на дуге *l*.

Найдем ее концы:



$t_1 = \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\arcsin\frac{1}{2} = -\frac{\pi}{6}$,

$t_2 = \pi - t_1 = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$.

С учетом периода синуса, запишем ответ:

$-\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z}$.

Ответ: $\left[-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \ \frac{7\pi}{6} + 2\pi n\right], \ n \in \mathbf{Z}.$

Контрольная работа №6 по теме:
«Решение тригонометрических уравнений и неравенств».

1 вариант

1. Вычислите: $\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\mathrm{arctg}(-1)$

1) $\frac{\pi}{6}$; **2)** $-\frac{\pi}{6}$; **3)** $\frac{5\pi}{6}$; **4)** $-\pi$.

2. Вычислите: $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\mathrm{arcctg}(-\sqrt{3})$

1) $\frac{7\pi}{12}$; **2)** $-\frac{5\pi}{12}$; **3)** $-\frac{\pi}{10}$; **4)** $\frac{5\pi}{12}$.

3. Решите уравнение: $\sin x - \frac{1}{2} = 0$

1) $(-1)^m\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi m, m \in Z$; **2)** $\pi m, m \in Z$; **3)** $(-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi m, m \in Z$; **4)** $(-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi m, m \in Z$.

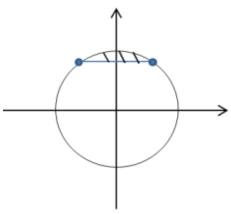
4. Решите уравнение: $\cos 2x = 1$

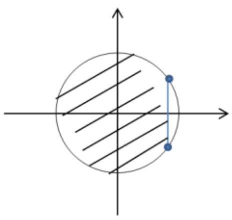
1) $2\pi m, m \in Z$; **2)** $\frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in Z$; **3)** $\pi m, m \in Z$; **4)** $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in Z$.

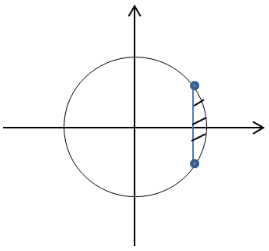
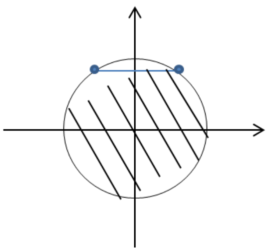
5. Укажите уравнение, которому соответствует решение: $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in Z$ **:**

1)tg x = 1; **2)**cos x = 0; **3)** sin x = -1; **4)** ctg x = $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

6. На каком из рисунков показано решение неравенства: $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ **?**

1) 

2) 

3)  **4)** 

7. Решите неравенство: $\text{tgx} \geq \sqrt{3}$:

1) $\frac{\pi}{3} + \pi m < x < \frac{\pi}{2} + \pi m$; **2)** $-\frac{\pi}{2} + \pi m < x \leq \frac{\pi}{3} + \pi m$; **3)** $\pi m \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \pi m$; **4)** $\frac{\pi}{3} + \pi m \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi m.$

8. Решите уравнение: $6\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

1) $(-1)^m(-\frac{\pi}{6}) + \pi m, m \in Z;$ **2)** $\left[\begin{array}{l}(-1)^m(-\frac{\pi}{6}) + \pi m \\ (-1)^m \arcsin\frac{1}{3} + \pi m\end{array}\right.$ **3)** нет корней; **4)** $(-1)^m \arcsin\frac{1}{3} + \pi m$.

9. Решите уравнение: $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$

10. Решите систему: $\begin{cases} x + y = \pi \\ \sin x + \sin y = -\sqrt{3} \end{cases}$

2 вариант

1. Вычислите: **arcsin $(\frac{\sqrt{2}}{2})$ + 0,5arctg $(-\sqrt{3})$**

1) $\frac{\pi}{12}$**;** **2)** $\frac{\pi}{2}$**;** **3)** $\frac{5\pi}{12}$**;** **4)** $-\frac{\pi}{12}$**.**

2. Вычислите: **arcos $(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ + arcctg $(\frac{1}{\sqrt{3}})$**

1) $\frac{\pi}{6}$**;** **2)** $\frac{2\pi}{3}$**;** **3)** $\frac{7\pi}{6}$**;** **4)**$-\frac{\pi}{6}$.

3. Решите уравнение: **sinx + $\frac{\sqrt{3}}{2}$ =0**

1) $(-1)^m\frac{\pi}{3} + \pi m, m \in Z;$ **2)** $(-1)^m\frac{\pi}{6} + \pi m, m \in Z$; **3)** $(-1)^m(-\frac{\pi}{3}) + \pi m, m \in Z;$ **4)** $\pi m, m \in Z.$

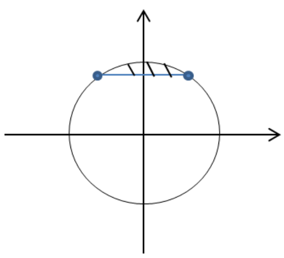
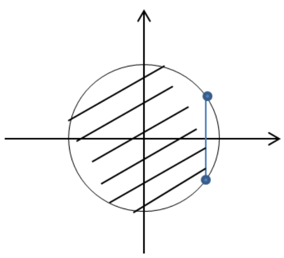
4. Решите уравнение: **ctg (x+$\frac{\pi}{4}$)=** $\sqrt{3}$

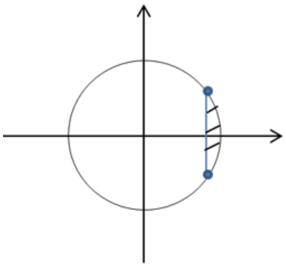
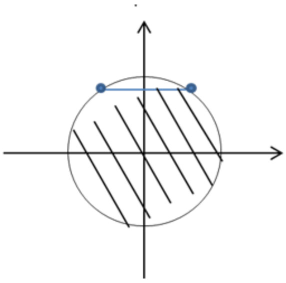
1) $\frac{\pi}{12} + \pi m, m \in Z;$ **2)** $\frac{\pi}{6} + \pi m, m \in Z;$ **3)** $\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in Z;$ **4)** $-\frac{\pi}{12} + \pi m, m \in Z.$

5. Укажите уравнение, которому соответствует решение: $x = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in Z$ **:**

1)ctg x = -1; **2)**cos x = 0; **3)**cos x = -1; **4)**tg x = 1.

6. На каком из рисунков показано решение неравенства: sinx $\geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ **?**

1)  **2)** 

3)  **4)** 

7. Решите неравенство: ctgx $\geq \sqrt{3}$

1) $\pi m \langle x \leq \frac{5\pi}{6} + \pi m;$ **2)** $-\frac{\pi}{6} + \pi m \leq x \langle \pi m;$ **3)** $\pi m \leq x \leq \frac{\pi}{6} + \pi m;$ **4)** $\pi m \leq x \leq \frac{\pi}{6} + \pi m.$

8. Решите уравнение: $\cos^2$x - 4sinx + 3 = 0

1) $\pm \arccos 3 + 2\pi m, m \in Z;$ **2)** $\left[\begin{array}{l} -\frac{\pi}{2} + \pi m \\ \pm \arccos 3 + 2\pi m \end{array}\right.$ **3)** нет корней; **4)** $2\pi m$.

9. Решите уравнение: $\sqrt{3}$ **$\sin^2$x -3sinxcosx =0**

10. Решите систему: $\begin{cases} x + y = \pi \\ \sin x + \sin y = 1 \end{cases}$

ЗАЧЁТ №4 ПО ТЕМЕ: «Решение тригонометрических уравнений и неравенств».

1. Формула корней уравнения $\cos x = a$.
2. Формула корней уравнения $\sin x = a$.
3. Частные случаи решения простейших тригонометрических уравнений.
4. Формула корней уравнения tgx=a.
5. Формула корней уравнения ctgx=a.
6. Решение простейших тригонометрических неравенств (по неравенству, предложенному учителем).